Ejercicios equipo 1

Ejemplo#4

Evalúe $\int_C 2x\,ds$ donde c consiste del arco c1 de la parábola y=x² que va de (0,0)->(1,1) y c2 que es el segmento de recta de (1,1)->(1,2)

Parametrización de las curvas

C1: $x(t)=t$

$y(t)=t^2$, donde $0\leq t\leq 1$

C2: $x(t)=1$

$y(t)=t$, donde $1\leq t\leq 2$

Con esto ya podemos evaluar nuestro integral de linea:

$$\int_C 2x\,ds=\int_0^1 2t\sqrt{1+4t^2}\,dt+\int_1^2 2\,dt=1.69+2=3.69$$

Ejemplo#5

Calcule el trabajo hecho por el campo de fuerza $\vec{F}(x,y)=x^2\,\hat{\imath}-xy\,\hat{\jmath}$ al mover la partícula a lo largo de una cuarta parte de un círculo cuya ecuación vectorial es $\vec{r}_{(t)}=\cos(t)\,\hat{\imath}+\sin(t)\,\hat{\jmath}$

Sabemos que el cuarto de círculo que estamos utilizando va desde 0 hasta π/2. Si sustituimos en la función del campo de fuerza la ecuación vectorial del círculo obtenemos

$$\vec{F}(\vec{r}_{(t)})=\cos^2(t)\,\hat{\imath}-\cos(t)\sin(t)\,\hat{\jmath}$$

Necesitamos también la primera derivada de nuestra ecuación vectorial del círculo

$$\dot{\vec{r}}=-\sin(t)\,\hat{\imath}+\cos(t)\,\hat{\jmath}$$

Realizamos el producto punto entre vectores

$$\vec{F}\cdot\dot{\vec{r}}=-\cos^2(t)\sin(t)-\cos^2(t)\sin(t)=-2\cos^2(t)\sin(t)$$

Ahora solo nos queda evaluar nuestro integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} -2\cos^2(t)\sin(t)\,dt = -\frac{2}{3}$$