

**EQUIPO 1:  
FUNCIONES VECTORIALES DE UNA  
VARIABLE REAL**

**GRUPO:5321**

**INTEGRANTES:**

**ARTURO AZPEITI CERVANTES**

**HERNÁNDEZ GARCÍA ROBERTO SERAFÍN**

**CISNEROS MEDINA LUIS ALBERTO**

**SERRANO HERNÁNDEZ CHRISTIAN FARID**

**ZOE**

# Definición de una función vectorial de una variable real

- Una función vectorial es una función que transforma un número real en un vector:

$$F : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3, \quad \text{definida como } F(t) = (x(t), y(t), z(t)),$$

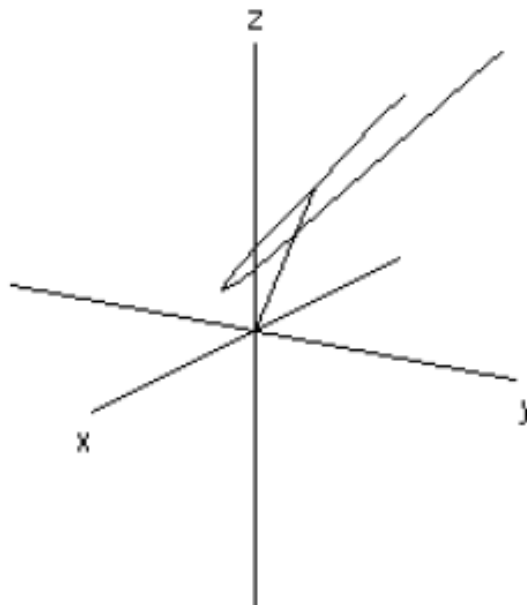
Donde  $x(t)$ ,  $y(t)$  y  $z(t)$  son funciones llamadas funciones componentes de variable real del parámetro  $t$ .

Así, se dice que  $F$  es continua, derivable o integrable, si lo son  $x(t)$ ,  $y(t)$  y  $z(t)$ .

La función vectorial también se puede encontrar representada como  $f(t)$ .

# Traficación de una curva en función del parámetro $t$

- La representación grafica de una función vectorial es aquella curva  $C$  que describen los puntos finales de los vectores que forman parte de la función para toda  $t$  que pertenece al dominio de la función.



- Un punto de la curva  $C$  tiene la representación cartesiana  $(x,y,z)$  donde:  $x = f_1(t)$   $y = f_2(t)$   $z = f_3(t)$
- Las cuales se llaman ecuaciones paramétricas de  $C$ . Al asignar números reales a  $t$  se elimina el parámetro y se obtienen ecuaciones cartesianas de  $C$ .

# Derivación de una función vectorial y sus propiedades

- Sea la función vectorial  $F(t)$  entonces diremos que  $F'(t)$  es la derivada de dicha función y se define mediante:

$$F'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t}$$

- Para valores cualesquiera de  $t$  para los que existe el límite. Cuando el límite existe para  $t = a$  se dice que  $F(t)$  es derivable en  $t = a$ .

- Teorema Sea  $F(t)$  una función vectorial y supongamos que sus funciones componentes  $f, g$  y  $h$  son todas derivables para algún valor de  $t$ , entonces  $F(t)$  es derivable en ese valor de  $t$  y su derivada está dada por:

$$F'(t) = (f'(t), g'(t), h'(t))$$

## PROPIEDADES

- Supongamos que  $r(t)$  y  $s(t)$  son funciones vectoriales derivables, que  $f(t)$  es una función escalar también derivable y que  $c$  es un escalar cualquiera, entonces:

**1. Adición y Sustracción**

$$\frac{d}{dt}[r(t) \pm s(t)] = r'(t) \pm s'(t)$$

**2. Producto por un Escalar**

$$\frac{d}{dt}c r(t) = c r'(t)$$

**3. Producto por una Función Escalar**

$$\frac{d}{dt}[f(t) r(t)] = f'(t) r(t) + f(t) r'(t)$$

**4. Producto Escalar**

$$\frac{d}{dt}[r(t) \cdot s(t)] = r'(t) \cdot s(t) + r(t) \cdot s'(t)$$

**5. Producto Vectorial**

$$\frac{d}{dt}[r(t) \times s(t)] = r'(t) \times s(t) + r(t) \times s'(t)$$

**Teorema**  $\|r(t)\|$  es constante si y solo si  $r(t)$  y  $r'(t)$  son ortogonales para todo  $t$ .