EQUIPO 1

INTEGRANTES:

Cisneros Medina Luis Alberto
Azperita Cervantes Arturo
Hernández García Roberto Serafín
Serrano Hernández Christian Farid Zoe

GRUPO:5321

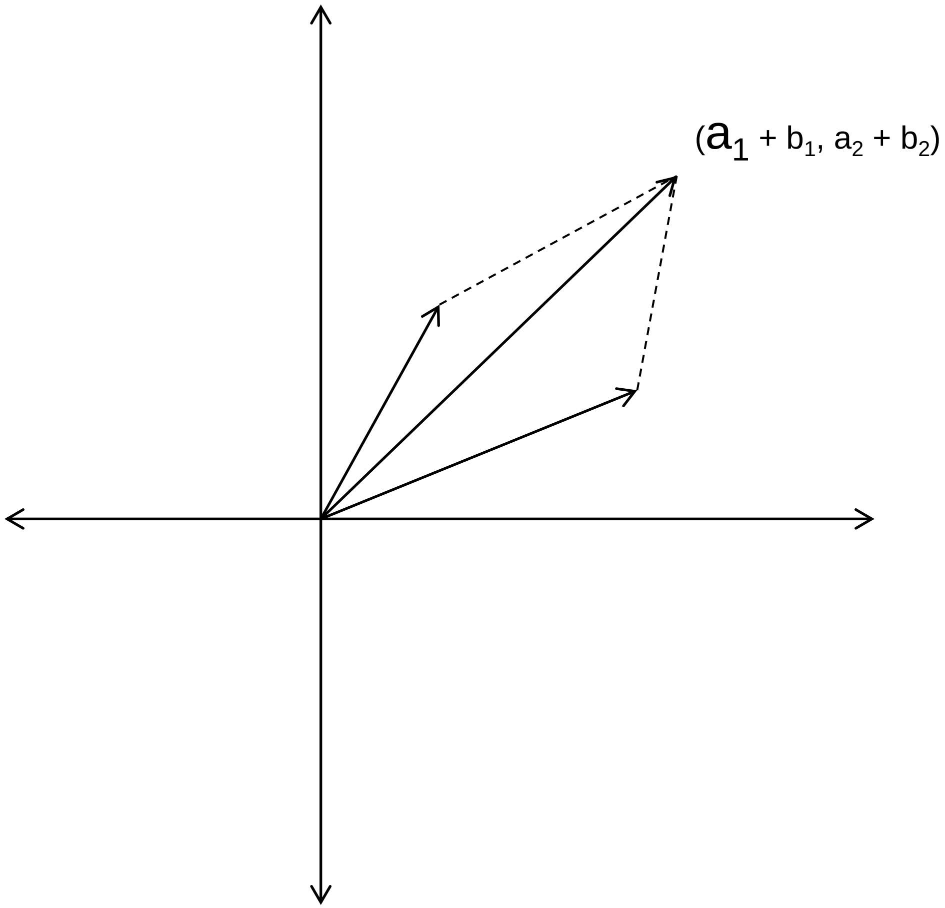
Definición de Vectores en R^2 y R^3 y su generalización

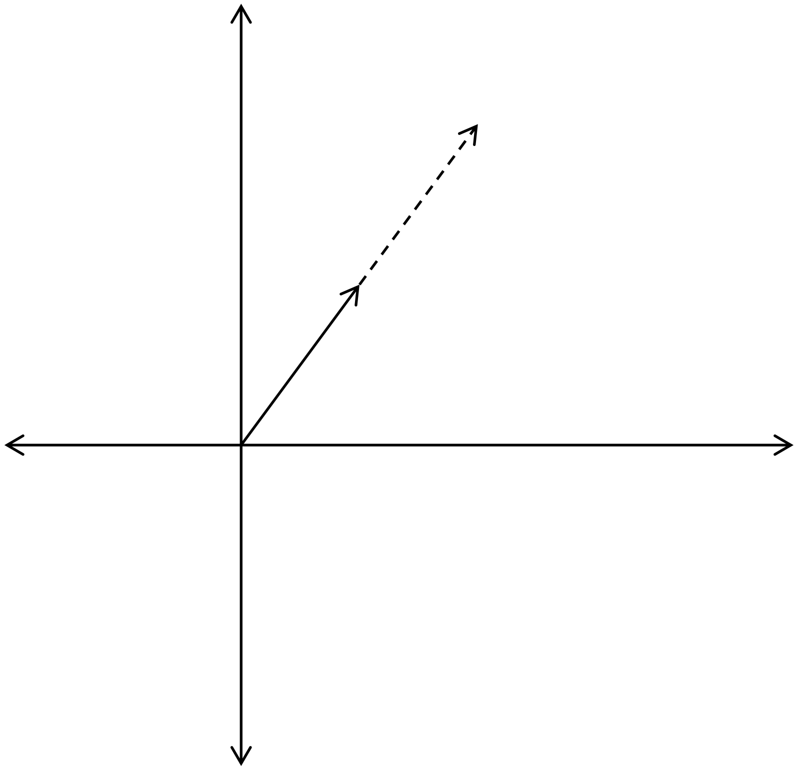
- La palabra “vectores” se refiere a los elementos de cualquier R^n. En R^1 = R el vector es un punto, que llamamos escalar. En R^2 el vector es de la forma y en R^3 el vector es de la forma

- En R^2:

- 1.- La suma de dos vectores se define por: sean a y b vectores en R^2, entonces

- 2.- El producto escalar se define por: sea α Є R y a un vector en $R^{2,}$ entonces

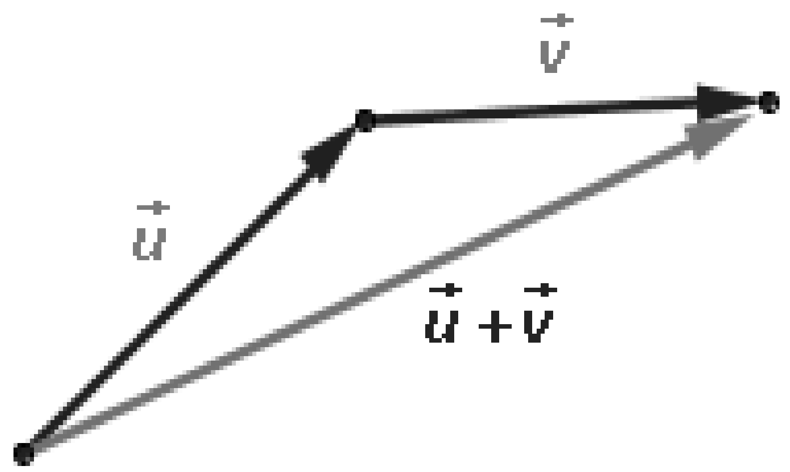

$(a_1 + b_1, a_2 + b_2)$



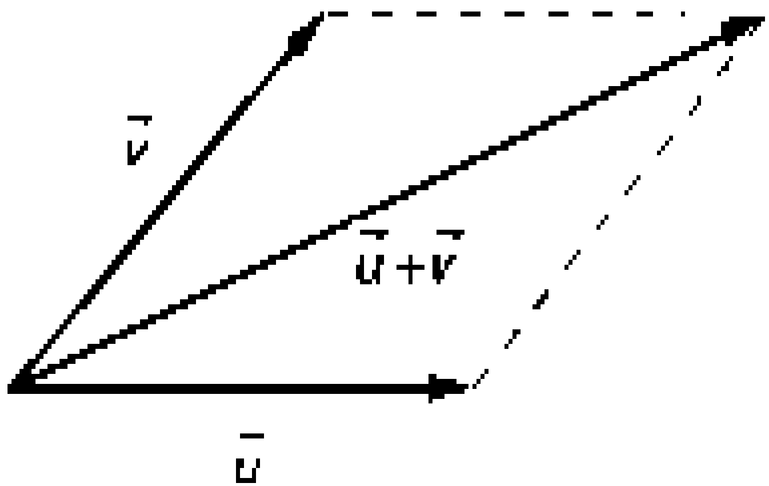
- En R^3:
-
- 1.- La suma de vectores se define por: sean a, b Є R^3, entonces).
-
- 2.- El producto escalar se define por: sea α Є R y a un vector en $R^{3,}$ entonces
-
-
- Definición: Sean a y b vectores en R^n, tal que El producto interno de a y b representado por , es el escalar que se obtiene multiplicando los componentes correspondientes de los vectores y sumando luego los productos resultantes, esto es:
-
- Los vectores a y b se llaman ortogonales si su producto interno es igual a cero.

1.2 Operaciones con vectores Suma de vectores

- Para sumar dos vectores libres yse escogen como representantes dos vectores tales que el extremo final de uno coincida con el extremo origen del otro vector.



- **Regla del paralelogramo:** Se toman como representantes dos vectores con el origen en común, se trazan rectas paralelas a los vectores obteniéndose un paralelogramo cuya diagonal coincide con la suma de los vectores.



- Para sumar dos vectores se suman sus respectivas componentes.

$$\vec{u} = (u_1 \, , \, u_2)\vec{v} = (\, v_1 \, , \, v_2)$$

$$\vec{v} + \vec{v} = (\, u_1 + \, v_1 \, , u_2 + \, v_2)$$

- **Resta de vectores**
- Para restar dos vectores libresy se sumacon el opuesto de.
- Las componentes del vector resta se obtienen restando las componentes de los vectores.

$=(1 , u2)=(v2 , v2)$

- $-=(u1-v1 , u2- \quad v2)$

EJEMPLO

$\vec{u} = (-2 , \quad 5)\vec{u} = (3 , -1)$

$\vec{v} + \vec{v} = (-2 + 3 , 5 - 1) = (1 , 4)$

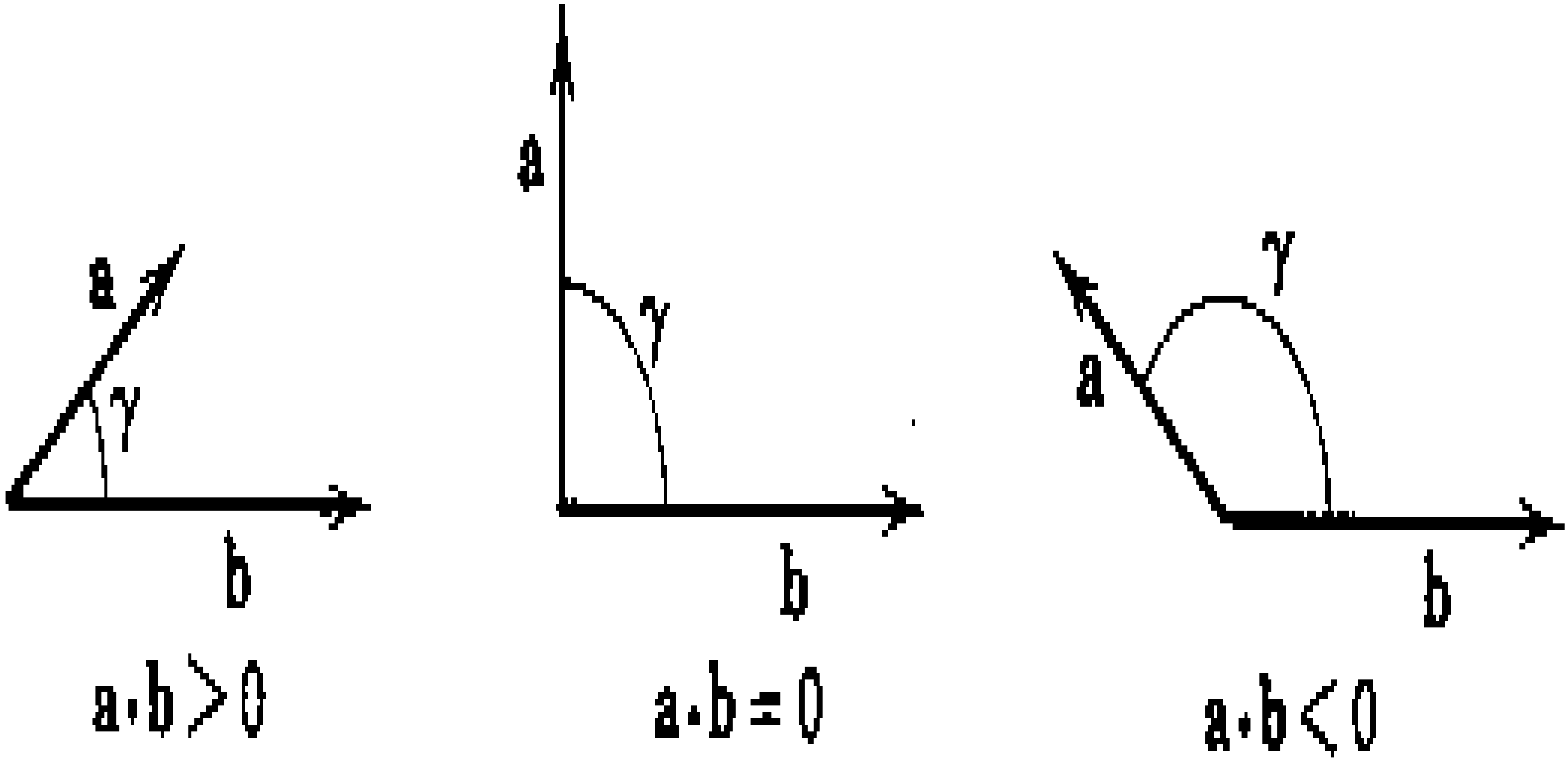
$\vec{v} - \vec{v} = \big(-2 - 3 , 5 - (-1)\big) = (-5 , 6)$

- **Producto de un número por un vector**
- El producto de un número k por un vector es otro vector:
- 1.- De igual dirección que el vector
- 2.- Del mismo sentido que el vector si k es positivo.
- 3.-De sentido contrario del vector si k es negativo.
- 4.- De módulo
- Las componentes del vector resultante se obtienen multiplicando por K las componentes del vector.

1.3 Producto Escalar y Vectorial
Producto escalar

- El producto interior o producto escalar de dos vectores a y b en el espacio tridimensional

- $a \cdot b = |a|\ |b| \cos$ cuando a 0, b 0
- $a \cdot b = 0$ cuando $a = 0$ o $b = 0$



Angulo entre vectores.

Teorema de ortogonalidad

$$|a| = \sqrt{a\,.\,a} \qquad\qquad a \geq 0$$

$$\cos\gamma = \frac{a\,.\,b}{|a|\,|b|} = \frac{a\,.\,b}{\sqrt{a\,.\,a}\,\sqrt{b\,.\,b}}$$

$$(q_1 a + q_2 b)\,.\,c = q_1 a\,.\,c + q_2 b\,.\,c$$ Linealidad

$$a\,.\,b = b\,.\,a$$ Simetría

$$a\,.\,a = 0$$ Solo si $a = 0$

$$a\,.\,a \geq 0$$ Ser positivo definido

$$(a + b)\,.\,c = a\,.\,c + b\,.\,c$$ Distributiva

$$|a\,.\,b| \leq |a|\,|b|$$ Desigualdad de Schwarz

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$ Desigualdad del triángulo

$$|a + b|^2 + |a - b|^2 = 2(|a|^2 + |b|^2)$$ Igualdad del paralelogramo

Proyección

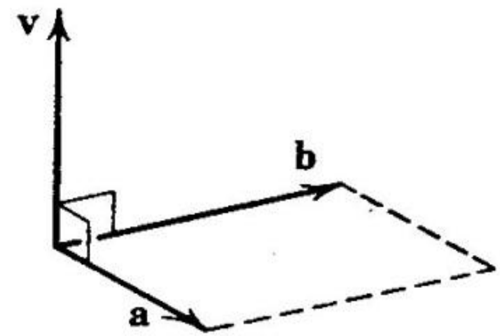
- Consideremos dos vectores a y b diferentes de cero, denotando por el   ángulo entre ellos, el número real:

$$p = |a| \, cos \ \gamma$$

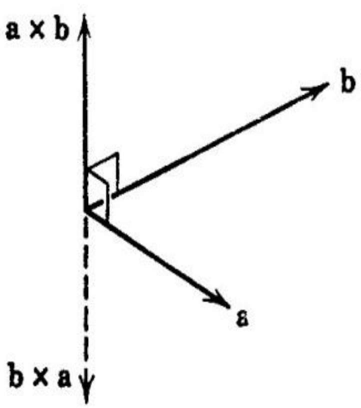
- Se llama componente de a en la dirección de b o proyección de a en la dirección de b. Si a = 0, entonces   no está definido y se hace $p = 0$

Producto vectorial

- Si a y b tienen la misma dirección, son opuestos o uno de ellos es el vector cero, entonces su producto vectorial es cero



Producto vectorial.



Anticonmutatividad de la multiplicación vectorial.

El producto vectorial es anticonmutativo, si $a\,x\,b = v$ y $b\,x\,a = w$
Entonces $|\boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{w}|$ y para que $w = -v$ b, a, w formen una terna derecha debe cumplirse que . De lo anterior se obtiene $b\ x\ a = -(a\ x\ b)$

1.4 Triple producto escalar

- Los triples productos aparecen cuando se desea definir multiplicaciones entre tres vectores. Una expresión de la forma $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$ no tiene mucho sentido porque el resultado del primer producto es un escalar.

$$(\vec{u} \,.\, \vec{v}).\vec{w} = r \,.\vec{w}$$